Filmausfallversicherung

Inaugural-Dissertation

zur Erlangung der Doktorwürde

genehmigt von der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Friedrich-Wilhelms-Universität zu Berlin

von

Eberhard Wendt

aus Berlin-Friedenau

Tag der Promotion: 5. Februar 1938
Tag der mündlichen Prüfung: 10. November 1937

Druck von Thomas & Hubert, Spezialdruckerei für Dissertationen, Weida i. Thür.

N 101

Referenten: Professor Dr. Riebesell

Professor Dr. Klose.

R. UNIV.
BIBLIOTHEEK
LEIDEN

Inhaltsverzeichnis.

Seite

Vorwort 5

1. Allgemeines 6
   a) Einführung 6
   b) Stellung der Filmausfallversicherung zu anderen Versicherungszweigen 7
   c) Inhalt der Allgemeinen Versicherungsbedingungen für Filmausfallversicherungen 8

2. Unabhängigkeit der Schadenereignisse 9

3. Die Prämienermittlung 12
   a) Bezeichnungen 12
   b) Berechnung des Todesfall- und Invaliditätsrisikos . . 13
   c) Berechnung des Krankheitsrisikos 15
   d) Bestimmung von $G(x+t)$ und $K(x+t)$ aus der Krankenordnung 19
   e) Voraussichtliche Herstellungsdauer 23
   f) Selbstbeteiligung 24

4. Rechnungsgrundlagen 26
   a) Übersicht 26
   b) Die biometrischen Funktionen 26
   c) Die Kostenfunktionen 29

5. Der Tarif 31

6. Beispiel 33

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41543927_0081

Vorwort.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Ermittlung der Nettoprämie in der Filmausfallversicherung durch Benutzung mathematischer Hilfsmittel. Darüber hinaus zeigt die Abhandlung, daß selbst auf den Gebieten, auf denen nach Meinung vieler Fachleute der Mathematiker nichts zu suchen hat, eine mathematische Untersuchung der auftretenden Probleme oft nützlich und zweckdienlich zu sein vermag.

Die bisher erschienene Literatur über Filmausfallversicherung beschränkt sich auf einige kurze juristische und betriebswirtschaftliche Abhandlungen*). Eine besondere mathematische Untersuchung des Gegenstandes gibt es erwartungsgemäß nicht. Es kann folglich in Zusammenhang mit dem behandelten Stoff nur auf die allgemeinversicherungsmathematische Literatur verwiesen werden.

---

*) Die wichtigsten Arbeiten über Filmausfallversicherung sind von
Möller, erschienen im Archiv für Urheber-, Film- und Theaterrecht, Bd. 8, Heft 3, S. 219.
Oswald, erschienen im Assekuranz-Jahrbuch, Bd. 54, S. 112.
Schubert, erschienen in Neumanns Zeitschrift für Versicherungswesen, 1934, S. 961.

1. Allgemeines.

a) Einführung.

Dem in der Filmindustrie arbeitenden Kapital droht von mancherlei Seite her Gefahr. Durch den Eintritt eines Elementarereignisses, insbesondere durch den Eintritt eines Feuers, entsteht durch Vernichtung der Filmnegative, Filmpositive oder der Requisiten leicht ein erheblicher Schaden. Eine weitere Gefährdung des angelegten Kapitals liegt in der Möglichkeit des vorübergehenden oder dauernden Ausfalls der im Film mitwirkenden Personen. Die Fertigstellung des Films kann dadurch überhaupt in Frage gestellt oder nur unter Aufwendung beträchtlicher Mehrkosten bewerkstelligt werden. Die Schwere des Risikos geht aus der Tatsache hervor, daß die durchschnittlichen Herstellungskosten eines Films sich auf nahezu eine halbe Million Reichsmark belaufen. Unter diesen Umständen ist es verständlich, daß die Hersteller und vor allem die hinter ihnen stehenden Geldgeberkreise die wirtschaftlichen Auswirkungen der angeführten Zwischenfälle durch Abschluß einer diesbezüglichen Versicherung auszuschalten suchten. Infolge des hohen Risikos lehnten die deutschen Versicherungsgesellschaften bis Anfang 1934 die Übernahme derartiger Wagnisse ab. Die deutschen Filmerzeuger, wie auch die übrigen des europäischen Festlandes, waren genötigt, zur Befriedigung ihres Versicherungsbedürfnisses sich an englische Versicherer zu wenden. Dieser der hochentwickelten deutschen Versicherungswirtschaft unwürdige Zustand, der zudem mit unserer Devisenlage unvereinbar war, soll doch im Jahre 1933 der namhafte Betrag von RM. 600000.— allein an Ausfallprämien nach England gezahlt worden sein, wurde 1934 durch Gründung des deutschen Filmpools behoben. An dieser Filmversicherungsgemeinschaft sind sowohl die privaten als auch die öffentlichen Versicherungsunternehmungen unter Führung der Nordstern Allgemeine Versicherungs-AG. beteiligt. Das Geschäft unterliegt der Aufsicht des Reichsaufsichtsamtes. Der Filmpool besitzt eine Abteilung A für Filmnegativ-, Filmpositiv- sowie Requisitenversicherung und eine Abteilung B für Filmausfallversicherung.

b) Stellung der Filmausfallversicherung zu anderen Versicherungszweigen.

Der in der Abteilung A zusammengeschlossenen „Filmsachversicherung" kommt nicht mehr und nicht weniger mathematisches Interesse zu als den meisten übrigen kleinen Sachversicherungszweigen. Die Untersuchung würde im wesentlichen mit der Feststellung der Häufigkeitsverteilung der Teilschäden mit Hilfe der Ausgleichsrechnung auf Grund vorhandenen statistischen Materials erschöpft sein. Ein weitaus größeres mathematisches Interesse verdient die Filmausfallversicherung.

Zunächst ist man geneigt, die Filmausfallversicherung in die Nähe der Betriebsunterbrechungsversicherung zu stellen. Wie in der Betriebsunterbrechungsversicherung bewirkt der Versicherungsfall den völligen oder teilweisen Stillstand der Erzeugung. Der Unterschied gegenüber der Betriebsunterbrechungsversicherung liegt nun offenbar darin, daß das schadenauslösende Ereignis nicht der Eintritt eines Elementarereignisses wie Feuer, Explosion oder Blitzschlag, sondern die Störung der Arbeitsfähigkeit von Personen ist. Die Abhängigkeit der Schadenausbruchswahrscheinlichkeit von Personen legt es nahe, die Filmausfallversicherung zur Personenversicherung zu rechnen. Da der Schaden, der durch Ausfall versicherter Personen infolge Krankheit, Unfall oder Tod hervorgerufen wird, ersatzpflichtig ist, enthält die Filmausfallversicherung Elemente der Kranken-, Unfall- und Lebensversicherung. Im Gegensatz zur Lebens- und Unfallversicherung ist die Filmausfallversicherung eine reine Schadenversicherung. Infolgedessen ist, obwohl als entschädigungspflichtige Schadenursache der Unfall oder der Tod versicherter Personen eingeschlossen ist, die Verwandtschaft mit jenen Versicherungszweigen nicht allzu nahe. Dagegen ist die Ähnlichkeit mit der Krankenversicherung auffällig. Dem Ersatz der Mehraufwendungen an Herstellungskosten bei vorübergehendem Ausfall (Krankheit) in der Filmausfallversicherung entspricht die Sach- oder Barleistung des Krankenversicherers im Erkrankungsfall. Der Schaden ist in beiden Fällen der Krankheitsdauer annähernd proportional. Auch dem Ersatz der Herstellungskosten bei dauerndem Ausfall (Tod oder Invalidität) ist in der Krankenversicherung etwas ähnliches zur Seite zu stellen, das Sterbegeld. Die Verwandtschaft der Filmausfallversicherung mit der Krankenversicherung wird noch dadurch unterstrichen, daß, wie sich später herausstellen wird, der durch Krankheit versicherter Personen verursachte Schaden den durch Tod oder Invalidität an Bedeutung weit überragt.

Es wird sich in der Folge als nützlich erweisen, die Schadenursachen nicht in Krankheit, Unfall und Tod einzuteilen, sondern in Krankheit einerseits, Invalidität und Tod andererseits. Soweit ein Unfall nicht zur Invalidität oder zum Tode führt, ist er also als Krankheit anzusprechen. Diese Einteilung entspricht der Unterscheidung zwischen vorübergehendem und dauerndem Ausfall.

c) Inhalt der Allgemeinen Versicherungsbedingungen für Filmausfallversicherungen.

Die Filmausfallversicherung bezweckt die Deckung der Schäden, die dem Filmhersteller durch Ausfall der für einen bestimmten Film verpflichteten Darsteller oder sonstiger Mitwirkender infolge Krankheit, Unfall oder Tod erwachsen.

Der Versicherer ersetzt die Schäden, die durch Ausfall der versicherten Personen dadurch entstehen, daß der Film entweder gar nicht oder nur unter Aufwendung von Mehrkosten fertiggestellt werden kann.

Die in dem Versicherungsantrag genannten, zu versichernden Personen sind verpflichtet, eine Gesundheitserklärung abzugeben und sich einer ärztlichen Untersuchung zu unterziehen. Das Ergebnis setzt den Versicherer in den Stand, sich ein Urteil über den Gesundheitszustand der betreffenden Personen und damit über das Ausmaß des einzugehenden Risikos zu bilden. Der Versicherer bedingt sich das Recht aus, im Erkrankungsfalle einer versicherten Person deren Untersuchung durch von ihm beauftragte Ärzte vornehmen zu lassen, die ihm gegenüber von der ärztlichen Schweigepflicht entbunden sind.

Ausgeschlossen von der Versicherung sind Schäden, die entstanden sind durch Teilnahme an oder Ausübung von das Leben oder die Gesundheit in hohem Maße gefährdende Tätigkeiten (Autorennen, Flugkunststücke). Durch Sonderabmachung kann jedoch ein bestimmtes derartiges Risiko in die Versicherung miteingeschlossen werden;
durch Erkrankung von Personen unter 16 Jahren oder über 65 Jahre;
durch naturgemäß bedingte Beschwerden weiblicher Personen (Schwangerschaft, Früh- oder Fehlgeburt);
durch Verlust der Stimme von berufsmäßigen Sängern oder Sängerinnen.

Der Versicherer ist von der Verpflichtung zur Leistung frei bei vorsätzlicher oder grobfahrlässiger Herbeiführung von Schäden.

Die Prämiensätze sind nach der Anzahl der versicherten Personen und der Länge der Versicherungsdauer gestaffelt. Als vorläufige Versicherungssumme gelten die auf Grund sorgfältiger Schätzungen festzustellenden Gesamtherstellungskosten zuzüglich eines prozentualen Zuschlages für die anteiligen Generalunkosten. Die endgültige Versicherungssumme und Prämie wird erst nach Vollendung des Films ermittelt. Die Leistung des Versicherers ist durch die Höhe der vorläufigen Versicherungssumme zuzüglich 25 v. H. begrenzt. Vergrößert sich während der versicherten Zeit der Betrag der vorgesehenen Herstellungskosten oder die voraussichtliche Herstellungsdauer, so ist die versicherte Firma befugt, die Erhöhung der Versicherungssumme oder die Verlängerung der Versicherungsdauer zu beantragen.

Die Selbstbeteiligung ist auf 0,025 der Versicherungssumme, mindestens jedoch RM. 5000.— und höchstens RM. 10000.— je Schaden-

fall festgesetzt. Bei Eintritt mehrerer ersatzpflichtiger Schäden bleibt sie insgesamt auf RM. 15 000.— begrenzt.

Die englischen Versicherer suchten durch eine weitaus stärkere Selbstbeteiligung, den Hersteller zur Schadenverhütung und -verringerung zu zwingen. Der Versicherungsnehmer trug nicht weniger als 0,2 jedes ersatzpflichtigen Schadens selbst. Außerdem sahen die englischen Bedingungen noch eine Abzugsfranchise in bezug auf die Arbeitsunfähigkeitsdauer vor. Betrug die Arbeitsunterbrechung weniger als 48 Stunden, so war der Schaden ähnlich wie in der Betriebsunterbrechungsversicherung nicht entschädigungspflichtig.

Der sehr mäßige Selbstbehalt, den die deutschen Versicherungsbedingungen dem Versicherungsnehmer auferlegen, ist als ein gewisser Mangel anzusprechen.

Die Allgemeinen Versicherungsbedingungen enthalten ferner die üblichen Vereinbarungen über die Art der Prämienzahlung, die Obliegenheiten der versicherten Firma im Schadenfalle, die Feststellung der Schadenhöhe durch Sachverständige, die Zahlung der Entschädigung, das Schiedsgericht und den Gerichtsstand und über den Geschäftsverkehr.

Insgesamt sind den deutschen Filmherstellern durch Schaffung des Filmpools infolge des ausgedehnteren Versicherungsschutzes und des erleichterten Geschäftsverkehrs gegenüber dem früheren Zustande fühlbare Vorteile erwachsen.

2. Unabhängigkeit der Schadenereignisse.

Vor der eigentlichen Behandlung des Gegenstandes muß auf folgenden Umstand hingewiesen werden. Bei der Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf wirtschaftliche und biologische Vorgänge ist man in der Regel genötigt, wenn brauchbare Ergebnisse erzielt werden sollen, von gewissen Voraussetzungen Gebrauch zu machen, die den tatsächlichen Verhältnissen nicht genau entsprechen. Zur Durchführung der vorliegenden Aufgabe wurden die folgenden Annahmen gemacht:

Die Ausscheidewahrscheinlichkeiten aus dem Aktivitätszustand sind hinsichtlich der versicherten Personen voneinander unabhängig.

Die Ausscheidewahrscheinlichkeit aus dem Aktivitätszustand ist unabhängig von der Erkrankungswahrscheinlichkeit.

Die Erkrankungswahrscheinlichkeiten sind hinsichtlich der versicherten Personen voneinander unabhängig.

Sicher entsprechen diese Voraussetzungen nicht genau der Wirklichkeit. Ein Unglück vermag den Tod oder die Invalidisierung mehrerer versicherter Personen zur Folge zu haben. Die Krankheit der einen Person erhöht die Gefahr der eigenen Invalidisierung und des

eigenen Todes, und — sofern es sich um eine ansteckende Krankheit handelt — die Gefahr der Erkrankung und damit der Invalidisierung und des Todes jeder anderen versicherten Person.

Trotzdem muß die Idealisierung der Wirklichkeit vorgenommen werden, weil

die richtige Wiedergabe der tatsächlichen Verhältnisse mit Hilfe des vorhandenen Formelmaterials über Wahrscheinlichkeitsansteckung schwierig, wenn nicht unmöglich, erscheint;

unter Voraussetzung der Möglichkeit der richtigen Wiedergabe die Formeln derart unübersichtlich und verwickelt werden würden, daß niemand die praktische Rechnung bewältigen könnte;

unter Voraussetzung der Möglichkeit der richtigen Wiedergabe die erhaltenen Formeln doch keinen praktischen Wert besäßen, da keine Statistik Auskunft gibt über das Maß des Einflusses des einen Schadenereignisses auf das andere.

Auch die Lebensversicherungsmathematik ist zur Durchführung ihrer Aufgabe genötigt, ähnliche nicht ganz mit der Wirklichkeit übereinstimmende Annahmen zu machen. In den Darstellungen der Lebensversicherungsmathematik wird allerdings, vielleicht, weil man dieser Frage keine wesentliche praktische Bedeutung beimißt, kaum jemals auf diesen Umstand hingewiesen. Daß grundsätzlich aber dieselben Schwierigkeiten auftreten, soll in den folgenden Ausführungen gezeigt werden.

Bei der Ermittlung der Versicherungswerte für verbundene Leben werden die benötigten Wahrscheinlichkeiten im allgemeinen Sterbetafeln entnommen, die durch Beobachtung einer Gesamtheit von Einzelpersonen abgeleitet worden sind. Die Berechnung beruht also auf der Voraussetzung, daß das Leben und Sterben der verbundenen Personen sich unabhängig voneinander vollzieht. Das trifft nun keinesfalls zu. Der Tod des einen Versicherten wird die mittlere Lebenserwartung des anderen Partners oder der anderen Partner verringern. Ist nämlich die Todesursache eine ansteckende Krankheit, so wird der Gesundheitszustand der näheren Umgebung des Gestorbenen gefährdet. Ebenso wird der Gram über den Tod des Angehörigen und die damit oftmals verbundene Verschlechterung der wirtschaftlichen Lage einen nachteiligen Einfluß auf die Lebenserwartung der Hinterbliebenen ausüben.

Die Versicherungswerte für verbundene Leben sind nur dadurch genau zu bestimmen, daß man die erforderlichen Wahrscheinlichkeiten solchen Sterbetafeln entnimmt, die auf Grund der Beobachtung des betreffenden Kollektivs selbst aufgestellt worden sind. Die Herstellung derartiger Tafeln wird jedoch oftmals nicht durchführbar sein.

Das angeführte Beispiel beweist den Einfluß der einen Ausscheidewahrscheinlichkeit auf die Größe der anderen. Die dadurch hervorgerufene Schwierigkeit ist, wie gezeigt wurde, wenigstens theoretisch

zu beheben. Anders verhält es sich in den Fällen, in denen die voneinander bestehende Abhängigkeit der auftretenden Wahrscheinlichkeiten zwar nicht ihren in den Tafeln angegebenen Mittelwert, wohl aber die Schwankungen um diese zahlenmäßig festgelegte Größe beeinflußt.

Das Leben und Sterben ganzer Bevölkerungsgruppen läuft nicht unabhängig voneinander ab. Eine eintretende Seuche (z. B. Grippeepidemie) hat zur Folge, daß die Sterbeziffer plötzlich emporschnellt. Ein Unfall (z. B. Bergwerkskatastrophe, Schiffsuntergang, Verkehrsunglück) kann einen erheblichen Verlust an Menschenleben mit sich bringen. Ein plötzliches Anschwellen der Todesfälle wird stattfinden, ein Anschwellen, wie es bei Gültigkeit des Zufallsgesetzes, also bei Unabhängigkeit der Sterbewahrscheinlichkeiten, nicht erwartet werden durfte.

Es sei nun die für eine bestimmte Bevölkerungsgruppe abgeleitete Sterbetafel fehlerfrei hergestellt, d. h. es seien die Mittelwerte der Sterbewahrscheinlichkeiten der verschiedenen Altersgruppen richtig bestimmt. Bei Voraussetzung der Unveränderlichkeit der Sterbewahrscheinlichkeiten mit der fortlaufenden Zeit wird für viele Zeiteinheiten die tatsächlich beobachtete Sterbewahrscheinlichkeit dicht unter dem in der Tafel verzeichneten Mittelwert, für wenige Zeiteinheiten dagegen beträchtlich darüber liegen. Die Asymmetrie der beobachteten Wahrscheinlichkeitsverteilung zum Mittelwert, die Schiefe, wird um so deutlicher in Erscheinung treten, je enger die Lebensverhältnisse der betrachteten Gemeinschaft miteinander verknüpft sind. Eine Lebensversicherungsanstalt, die vorwiegend Todesfallversicherungen unterhält, wird für viele Zeiteinheiten einen kleinen Sterblichkeitsgewinn, für wenige einen erheblichen Sterblichkeitsverlust ausweisen. Trifft der unregelmäßige Schadensverlauf schon für eine Gesellschaft mit vorwiegend Einzelversicherungsgeschäft zu, so in noch stärkerem Maße für eine Gesellschaft mit bedeutendem Gruppenversicherungsgeschäft.

Wenn auch dem Gesagten praktisch keine allzu große Bedeutung beizumessen ist, so ist doch damit gezeigt, daß es selbst auf dem klassischen Gebiete der Lebensversicherungsmathematik streng unabhängige Wahrscheinlichkeiten nicht gibt.

Der Eintritt eines Ereignisses geschieht eben nicht unvermittelt aus sich heraus. Es ist vielmehr über eine Ursachenkette mit dem Eintreffen eines anderen, letzten Ereignisses verbunden, wenn es überhaupt ein letztes gibt. Die Verteilung der Eintrittswahrscheinlichkeiten dieses letzten Ereignisses mag sich vielleicht nach dem Zufallsgesetz, der Gaußschen Verteilungskurve, richten. Wie jedoch die Verknüpfungsfunktion der Verteilung der Eintrittswahrscheinlichkeiten des interessierenden Ereignisses mit der jenes letzten beschaffen ist, ist niemals zu entscheiden. Um folglich ein praktisches Ergebnis erzielen zu können, ist man gezwungen, die Unabhängigkeit der Eintrittswahrscheinlichkeit des betrachteten Ereignisses vorauszusetzen.

Es soll nun nicht gesagt sein, daß man jede Wahrscheinlichkeit schlechthin als unabhängig ansieht und sich die daraus entspringenden Rechenvorteile zunutze macht. Der Grad der Abhängigkeit ist immer zu beachten. Die gemachten Ausführungen beziehen sich nur auf die „Wahrscheinlichkeitsansteckung", nicht etwa auf die klar erfaßbaren Abhängigkeiten partieller Wahrscheinlichkeiten untereinander.

3. Die Prämienermittlung.

a) Bezeichnungen.

Es sei

n die Anzahl der versicherten Personen.

x_ν das Alter der versicherten Person mit der Nummer ν zu Beginn der Versicherung. $\nu = 1, 2, \ldots, n$.

T die voraussichtliche Herstellungsdauer des Films.

t die laufende Zeit. Zur klaren Wiedergabe der verschiedenartigen Beziehungen, die von der laufenden Zeit abhängen, erscheint es oftmals notwendig, zur Bezeichnung dieses Begriffs neben t noch die Buchstaben τ und σ zu verwenden.

Die nachstehenden Funktionen sollen kontinuierlich von der unabhängigen Veränderlichen t abhängen, d. h. sie sollen für alle reellen positiven t bestimmt sein. Ferner seien sie reell, eindeutig sowie integrierbar.

$l(x+t)$ die Anzahl der lebenden Aktiven,

$g(x+t)$ die Anzahl der gesunden Aktiven,

$k(x+t)$ die Anzahl der kranken Aktiven,

die aus einem Anfangsbestand von $l(x)$ x-jährigen Personen nach Ablauf der Zeit t hervorgegangen sind. $l(x+t)$, $g(x+t)$ und $k(x+t)$ sollen für alle t eine eindeutige Ableitung besitzen.

$\mu(x+t)$ die Ausscheideintensität aus dem Aktivitätszustande.

$\varepsilon(x+t)$ die Erkrankungsintensität.

$\delta(t)$ die Zinsintensität.

$z(x+t)$ die durchschnittliche Krankheitsdauer des im Alter von $x+t$ Jahren Erkrankten. $z(x+t) \approx z(x)$.

$E_\nu(t)$ der durch Ausscheiden der ν. Person aus dem Aktivitätszustande zwischen t und $t+dt$ hervorgerufene Durchschnittsschaden.

$F_{\lambda_1 \lambda_2 \ldots \lambda_\nu}(t)$ der durch Krankheit der Personen mit der Nuumer $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_\nu$ zwischen t und $t+dt$ hervorgerufene Durchschnittsschaden.

P_1 die Nettoprämie für das Todesfall- und Invaliditätsrisiko.
P_2 die Nettoprämie für das Krankheitsrisiko.
P die Summe beider Prämien oder die Gesamtnettoprämie.
P_s die Gesamtnettoprämie mit Selbstbeteiligung.
Sämtliche Nettoprämien sind auf den Zeitpunkt $t = 0$ bezogen.

b) Berechnung des Todesfall- und Invaliditätsrisikos.

Der Verband der n versicherten Personen zerfällt in zwei Gruppen. Die erste Gruppe umfaßt die Personen, deren Ausscheiden den Abbruch der Filmherstellung zur Folge hat. Die zweite Gruppe enthält die Personen, deren Ausscheiden zwar einen Schaden verursacht, aber wegen der Möglichkeit der Bereitstellung einer Ersatzperson nicht die Vollendung des Films gefährdet. Zur ersten Gruppe gehören vornehmlich die Hauptdarsteller, zur zweiten der Regisseur und die Nebendarsteller. Die Zahl der Personen der ersten Gruppe sei p, die der zweiten folglich $n-p$. Das Ausscheiden der Personen soll nach Voraussetzung unabhängig voneinander erfolgen.

Die Wahrscheinlichkeit, daß der x-Jährige zwischen t und $t+dt$ ausscheidet, ist:

$$w_1(x+t) = -\frac{dl(x+t)}{dt \cdot l(x+t)} = \mu(x+t) \tag{1}$$

$\frac{dl(x+t)}{dt}$ ist die Ableitung von $l(x+t)$.

Die Wahrscheinlichkeit, daß der x-Jährige nach Ablauf der Zeit t noch der Gesamtheit der Aktiven angehört, ist:

$$w_2(x+t) = \frac{l(x+t)}{l(x)} = l(x)\, e^{-\int_0^t \mu(x+\tau)\, d\tau}, \qquad l(x) = 1 \tag{2}$$

Die Wahrscheinlichkeit, daß die p Personen der ersten Gruppe nach Ablauf der Zeit t noch der Gesamtheit der Aktiven angehören, ist:

$$\prod_{\nu=1}^{p} w_2(x_\nu+t) = \prod_{\nu=1}^{p} l(x_\nu+t) = e^{-\int_0^t \sum_{\nu=1}^{p} \mu(x_\nu+\tau)\, d\tau} \tag{3}$$

Die Wahrscheinlichkeit für das Ausscheiden der ersten Person der ersten Gruppe zwischen t und $t+dt$ ist:

$$\sum_{\nu=1}^{p} w_1(x_\nu+t) \prod_{\nu=1}^{p} w_2(x_\nu+t) = -\sum_{\nu=1}^{p} \frac{dl(x_\nu+t)}{dt \cdot l(x_\nu+t)} \prod_{\nu=1}^{p} l(x_\nu+t) \tag{4}$$

$$= \sum_{\nu=1}^{p} \mu(x_\nu+t)\, e^{-\int_0^t \sum_{\nu=1}^{p} \mu(x_\nu+\tau)\, d\tau}$$

Unter Berücksichtigung der Abzinsung schreibt sich die Nettoprämie:

$$(5)\quad P_{11} = -\int_0^T \sum_{\nu=1}^{p} \frac{d\,l(x_\nu+t)}{dt\cdot l(x_\nu+t)} \left[\prod_{\nu=1}^{p} l(x_\nu+t)\right] e^{-\int_0^t \delta(\tau)\,d\tau} E_\nu(t)\,dt$$

$$= \int_0^T \sum_{\nu=1}^{p} \mu(x_\nu+t)\, e^{-\int_0^t \left[\delta(\tau)+\sum_{\nu=1}^{p}\mu(x_\nu+\tau)\right] d\tau} E_\nu(t)\,dt$$

Die Wahrscheinlichkeit für das Ausscheiden irgendeiner Person der zweiten Gruppe zwischen t und $t+dt$ ist:

$$(6)\quad \sum_{\nu=p+1}^{n} w_1(x_\nu+t)\, w_2(x_\nu+t) = -\sum_{\nu=p+1}^{n} \frac{d\,l(x_\nu+t)}{dt\cdot l(x_\nu+t)}\, l(x_\nu+t)$$

$$= \sum_{\nu=p+1}^{n} \mu(x_\nu+t)\, e^{-\int_0^t \mu(x_\nu+\tau)\,d\tau}$$

Die Wahrscheinlichkeit, daß irgendeine Person der zweiten Gruppe früher als die erste Person der ersten Gruppe zwischen t und $t+dt$ ausscheidet, ist:

$$(7)\quad \sum_{\nu=p+1}^{n} w_1(x_\nu+t)\, w_2(x_\nu+t) \prod_{\nu=1}^{p} w_2(x_\nu+t)$$

$$= -\sum_{\nu=p+1}^{n} \frac{d\,l(x_\nu+t)}{dt\cdot l(x_\nu+t)}\, l(x_\nu+t) \prod_{\nu=1}^{p} l(x_\nu+t)$$

$$= \sum_{\nu=p+1}^{n} \mu(x_\nu+t)\, e^{-\int_0^t \mu(x_\nu+\tau)\,d\tau}\, e^{-\int_0^t \sum_{\nu=1}^{p}\mu(x_\nu+\tau)\,d\tau}$$

Unter Berücksichtigung der Abzinsung schreibt sich die Nettoprämie:

$$(8)\ P_{12} = -\int_0^T \sum_{\nu=p+1}^{n} \frac{d\,l(x_\nu+t)}{dt\cdot l(x_\nu+t)}\, l(x_\nu+t) \left[\prod_{\nu=1}^{p} l(x_\nu+t)\right] e^{-\int_0^t \delta(\tau)\,d\tau} E_\nu(t)\,d$$

$$= \int_0^T \sum_{\nu=p+1}^{n} \mu(x_\nu+t)\, e^{-\int_0^t \mu(x_\nu+\tau)\,d\tau}\, e^{-\int_0^t \left[\delta(\tau)+\sum_{\nu=1}^{p}\mu(x_\nu+\tau)\right] d\tau} E_\nu(t)\,d$$

Die Summe der beiden Nettoprämien ist:

$$(9)\quad P_1 = P_{11} + P_{12}$$

$$= -\int_0^T \prod_{\nu=1}^{p} l(x_\nu+t)\, e^{-\int_0^t \delta(\tau)\,d\tau} \Big[\sum_{\nu=1}^{p} \frac{dl(x_\nu+t)}{dt \cdot l(x_\nu+t)} E_\nu(t) + \sum_{\nu=p+1}^{n} \frac{dl(x_\nu+t)}{dt \cdot l(x_\nu+t)} l(x_\nu+t) E_\nu(t) \Big]\, dt$$

$$= \int_0^T e^{-\int_0^t \left[\delta(\tau) + \sum_{\nu=1}^{p} \mu(x_\nu+\tau)\right] d\tau} \Big[\sum_{\nu=1}^{p} \mu(x_\nu+t)\, E_\nu(t) + \sum_{\nu=p+1}^{n} \mu(x_\nu+t)\, e^{-\int_0^t \mu(x_\nu+\tau)\,d\tau} E_\nu(t) \Big]\, dt$$

c) Berechnung des Krankheitsrisikos.

Für alle positiven t besteht die Gleichung:

$$(10)\qquad g(x+t) + k(x+t) = l(x+t) = l(x)\, e^{-\int_0^t \mu(x+\tau)\,d\tau}$$

Setzt man $l(x) = 1$, so stellen $l(x+t)$, $g(x+t)$, $k(x+t)$ die Wahrscheinlichkeiten dar, daß der mit x Jahren Eingetretene nach Ablauf der Zeit t überhaupt lebt, gesund oder krank ist. Offenbar ist:

$$(11)\quad k(x+t) = \int_{t_0}^{t} \varepsilon(x+\tau)\, g(x+\tau)\, e^{-\int_\tau^t \mu(x+\sigma)\,d\sigma}\, d\tau \qquad \begin{matrix} t_0 = t - z(x) \text{ für } t > z(x) \\ t_0 = 0 \quad \text{für} \quad t \leq z(x) \end{matrix}$$

Unter Benutzung von (10) geht (11) in (12) über:

$$(12)\quad g(x+t) = e^{-\int_0^t \mu(x+\tau)\,d\tau} - \int_{t_0}^{t} \varepsilon(x+\tau)\, g(x+\tau)\, e^{-\int_\tau^t \mu(x+\sigma)\,d\sigma}\, d\tau$$

(12) stellt eine Volterrasche Integralgleichung 2. Art für die unbekannte Funktion $g(x+t)$ dar.

Setzt man

$$(13)\qquad \frac{g(x+t)}{l(x+t)} = G(x+t), \qquad \frac{k(x+t)}{l(x+t)} = K(x+t)$$

so geht (12) über in

$$(14)\qquad G(x+t) = 1 - \int_{t_0}^{t} \varepsilon(x+\tau)\, G(x+\tau)\, d\tau$$

Man hat also durch die Benutzung von (13) die Beseitigung von $\mu(x+t)$ aus (12) erreicht.

Die entsprechende Gleichung für $K(x+t)$ ist mit Hilfe von

$$G(x+t)+K(x+t)=1 \tag{15}$$

leicht aus (14) abzuleiten. Es genügt aber wegen (15) nur (14) weiter zu betrachten.

Differenziert man (14), nachdem man t_0 durch $t-z(x)$ ersetzt hat, so erhält man:

$$\begin{cases} \dfrac{dG(x+t)}{dt} = -\varepsilon(x+t)\,G(x+t) & \text{für } 0 \leqq t \leqq z(x) \\ \dfrac{dG(x+t)}{dt} = -\varepsilon(x+t)\,G(x+t)+\varepsilon[x-z(x)+t]\,G[x-z(x)+t] & \text{für } t>z(x) \end{cases} \tag{16}$$

Offensichtlich hätte man (16) unmittelbar aufstellen können, denn die Veränderung von $G(x+t)$ zwischen t und $t+dt$ ist gleich der Differenz von Abgang und Zugang. Die Integration der linearen inhomogenen Differentialgleichung

$$\frac{dy(t)}{dt}+a(t)\,y(t)=b(t)$$

liefert bekanntlich

$$y(t)=e^{-\int_{t_1}^{t} a(\tau)\,d\tau}\left\{\int_{t_1}^{t} b(\tau)\,e^{\int_{\tau_1}^{\tau} a(\sigma)\,d\sigma}\,d\tau+y(t_1)\right\}$$

Folglich

$$\begin{cases} G(x+t)=e^{-\int_0^t \varepsilon(x+\tau)\,d\tau} & \text{für } 0 \leqq t \leqq z(x) \\ G(x+t) \\ \quad = e^{-\int_{z(x)}^t \varepsilon(x+\tau)\,d\tau}\left\{\int_{z(x)}^t \varepsilon\,[x-z(x)+\tau]\,G[x-z(x)+\tau]\,e^{\int_{z(x)}^{\tau}\varepsilon(x+\sigma)\,d\sigma}\,d\tau\right. \\ \qquad\qquad \left. + e^{-\int_0^{z(x)}\varepsilon(x+\tau)\,d\tau}\right\} & \text{für } t \geqq z(x) \end{cases} \tag{17}$$

Schreibt man (17) in der Gestalt

$$G(x+t)=e^{-\int_0^t \varepsilon(x+\tau)\,d\tau} + \int_{z(x)}^{t} \varepsilon\,[x-z(x)+\tau]\,G[x-z(x)+\tau]\,e^{-\int_\tau^t \varepsilon(x+\sigma)\,d\sigma}\,d\tau \tag{18}$$

wobei das Integral für $t \leqq z(x)$ einfach wegzulassen ist, so hat man wiederum eine Integralgleichung erhalten, die man sofort hätte aufstellen können, denn es gilt augenscheinlich allgemein:

$$f(t) = p(t) + \int_0^t q(\tau)\, p(t-\tau)\, d\tau$$

$f(t)$ ist die Gesamtheit zur Zeit t, $p(t)$ ist die Verbleibsfunktion und $q(t)$ die Erneuerungsfunktion der Gesamtheit.

Beschränkt man t auf das Intervall $m\,z(x) \ldots (m+1)\,z(x)$, so geht (18) über in

$$(19)\quad \begin{cases} G(x+t) = e^{-\int_0^t \varepsilon(x+\tau)\,d\tau} \\ G[x+m\,z(x)+t] = G[x+m\,z(x)]\, e^{-\int_0^t \varepsilon[x+m\,z(x)+\tau]\,d\tau} \\ \quad + \int_0^t \varepsilon[x+(m-1)\,z(x)+\tau]\, G[x+(m-1)\,z(x)+\tau]\, e^{-\int_\tau^t \varepsilon[x+m\,z(x)+\sigma]\,d\sigma}\, d\tau \\ \qquad\qquad m = 1, 2, 3, \ldots \end{cases}$$

(19) stellt folglich eine Rekursionsformel zur Bestimmung von $G(x+t)$ dar.

Bei konstanter Erkrankungsintensität folgt aus (19)

$$(19\,a)\quad G[x+m\,z(x)+t] = e^{-\varepsilon t}\left[G[x+m\,z(x)] + \varepsilon t\, G[x+(m-1)z(x)] + \frac{1}{2!}\varepsilon^2 t^2\, G[x+(m-2)\,z(x)] + \ldots + \frac{1}{n!}\varepsilon^n t^n\, G(x)\right]$$

Ist die Erkrankungsintensität $\varepsilon(x+t)$ gegeben, so ist $G(x+t)$ aus (19) und $K(x+t)$ aus (15) zu ermitteln. Mit Hilfe von (13) ist $g(x+t)$ und $k(x+t)$ zu bestimmen.

Die Wahrscheinlichkeiten $g(x+t)$ und $k(x+t)$ sind nun nach Voraussetzung in bezug auf die n verschiedenen Personen voneinander unabhängig. Folglich beträgt die Wahrscheinlichkeit, daß zwischen t und $t+dt$ die Personen mit der Nummer 1, 2 ..., ν krank, die Personen mit der Nummer $\nu+1$, $\nu+2$, ..., n gesund sind:

$$(20)\quad {}_\nu w_3(x+t) = k(x_1+t)\, k(x_2+t) \ldots \ldots k(x_\nu+t)\, g(x_{\nu+1}+t)\, g(x_{\nu+2}+t) \ldots g(x_n+t)$$

Die Wahrscheinlichkeit, daß zwischen t und $t+dt$ ν beliebige Personen krank und $n-\nu$ beliebige Personen gesund sind, beträgt:

$$(21)\quad \sum_{\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_\nu} {}_\nu w_3(x+t) = \sum_{\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_\nu} k(x_{\lambda_1}+t)\, k(x_{\lambda_2}+t) \ldots \ldots k(x_{\lambda_\nu}+t)\, g(x_{\lambda_{\nu+1}}+t)\, g(x_{\lambda_{\nu+2}}+t) \ldots g(x_{\lambda_n}+t)$$

Die Summe ist dabei über alle $\binom{n}{\nu}$ Kombinationen der Zahlen $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_\nu$ zu erstrecken.

Unter Berücksichtigung der Abzinsung stellt sich die Nettoprämie auf:

$$(22)\quad P_2 = \int_0^T e^{-\int_0^t \delta(\tau)\,d\tau} \sum_{\nu=1}^{n} \sum_{\lambda_1,\lambda_2,\ldots,\lambda_\nu} k(x_{\lambda_1}+t)\ldots. \\ \ldots. k(x_{\lambda_\nu}+t)\, g(x_{\lambda_{\nu+1}}+t)\ldots. g(x_{\lambda_n}+t)\, F_{\lambda_1\lambda_2\ldots.\lambda_\nu}(t)\,dt$$

Bei Verwendung der $G(x+t)$ und $K(x+t)$ geht aus (22) hervor:

$$(23)\quad P_2 = \int_0^T e^{-\int_0^t \left[\delta(\tau)+\sum_{\nu=1}^{n}\mu(x_\nu+\tau)\right]d\tau} \sum_{\nu=1}^{n} \sum_{\lambda_1,\lambda_2,\ldots,\lambda_\nu} K(x_{\lambda_1}+t)\ldots. \\ \ldots. K(x_{\lambda_\nu}+t)\, G(x_{\lambda_{\nu+1}}+t)\ldots. G(x_{\lambda_n}+t)\, F_{\lambda_1\lambda_2\ldots.\lambda_\nu}(t)\,dt$$

Man gelangt zu (23) auch in der Weise, daß man bei Berechnung des Krankheitsrisikos das Ausscheiden aus der Gesamtheit der Aktiven zunächst unberücksichtigt läßt. An die Stelle der $g(x+t)$ und $k(x+t)$ treten dann sofort die $G(x+t)$ und $K(x+t)$. Multipliziert man dann den Integranden von (22) mit der Wahrscheinlichkeit, daß nicht durch Tod oder Invalidisierung bereits ein Schaden eingetreten ist, so erhält man (23).

Verteilt man die Indizes der im Alter $x_1+t, x_2+t, \ldots, x_n+t$ stehenden Personen derart, daß die Person den Index 1 erhält, die im Krankheitsfalle den höchsten Schaden verursacht, diejenige Person den Index 2 erhält, die den zweithöchsten Schaden verursacht usw., so wird im allgemeinen sein:

$$(24)\qquad \begin{aligned} F_1(t) = F_{12}(t) = F_{123}(t) &= \ldots. = F_{123\ldots.n}(t) \\ F_2(t) = F_{23}(t) &= \ldots. = F_{23\ldots.n}(t) \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &\qquad F_n(t) \end{aligned}$$

Die Nettoprämie lautet dann:

$$(25)\quad P_2 = \int_0^T e^{-\int_0^t \left[\delta(\tau)+\sum_{\nu=1}^{n}\mu(x_\nu+\tau)\right]d\tau} \sum_{\nu=1}^{n} G(x_1+t)\, G(x_2+t)\ldots. \\ \ldots. G(x_{\nu-1}+t)\, K(x_\nu+t)\, F_\nu(t)\,dt$$

Ist

$$(26)\qquad F_{\lambda_1\lambda_2\ldots.\lambda_\nu}(t) = F_\nu(t) = F(t) \qquad \nu = 1, 2, \ldots., n$$

so beträgt die Nettoprämie:

$$(27)\quad P_2 = \int_0^T e^{-\int_0^t \left[\delta(\tau)+\sum_{\nu=1}^{n}\mu(x_\nu+\tau)\right]d\tau} \left[1-\prod_{\nu=1}^{n} G(x_\nu+t)\right] F(t)\,dt$$

d) Bestimmung von $G(x+t)$ und $K(x+t)$ aus der Krankenordnung.

In den vorhandenen statistischen Unterlagen ist nun nicht $\varepsilon(x+t)$, sondern $K(x+t)$ angegeben, und zwar nicht als stetige, sondern als jeweils für den Zeitraum eines Monats konstante Funktion. Diese Angaben sind jedoch nicht ohne weiteres zu verwerten, da sie eine Krankenordnung im Beharrungszustande darstellen. Die vorliegenden Funktionen $G(x+t)$ und $K(x+t)$ sind jedoch von den Anfangsbedingungen $G(x)=1$ und $K(x)=0$ abhängig. Es bedarf demnach erst einer Untersuchung, ob eine Übereinstimmung besteht und von welchen Voraussetzungen diese etwaig bestehende Übereinstimmung abhängt.

Nach (19) gilt:

$$(28)\quad G[x+mz(x)+t]-G[x+mz(x)]$$

$$= G[x+mz(x)]\left[e^{-\int_0^t \varepsilon[x+mz(x)+\tau]\,d\tau}-1\right]$$

$$+\int_0^t \varepsilon[x+(m-1)z(x)+\tau]\,G[x+(m-1)z(x)+\tau]\,e^{-\int_\tau^t \varepsilon[x+mz(x)+\sigma]\,d\sigma}\,d\tau$$

$$= G[x+mz(x)]\left[e^{-\int_0^t \varepsilon[x+mz(x)+\tau]\,d\tau}-1\right]$$

$$+\int_0^t \frac{\varepsilon[x+(m-1)z(x)+\tau]}{\varepsilon[x+mz(x)+\tau]}\,\varepsilon[x+mz(x)+\tau]\times$$

$$\times\, G[x+(m-1)z(x)+\tau]\,e^{-\int_\tau^t \varepsilon[x+mz(x)+\sigma]\,d\sigma}\,d\tau$$

Nach dem ersten Mittelwertsatz der Integralrechnung ist:

$$(29)\quad \int_0^t \frac{\varepsilon[x+(m-1)z(x)+\tau]}{\varepsilon[x+mz(x)+\tau]}\times$$

$$\times\,\varepsilon[x+mz(x)+\tau]\,G[x+(m-1)z(x)+\tau]\,e^{-\int_\tau^t \varepsilon[x+mz(x)+\sigma]\,d\sigma}\,d\tau$$

$$= \frac{\varepsilon[x+(m-1)z(x)+\tau_0]}{\varepsilon[x+mz(x)+\tau_0]}\,G[x+(m-1)z(x)+\tau_0]\,e^{-\int_0^t \varepsilon[x+mz(x)+\tau]\,d\tau}\times$$

$$\times\int_0^t \varepsilon[x+mz(x)+\tau]\,e^{\int_0^\tau \varepsilon[x+mz(x)+\sigma]\,d\sigma}\,d\tau$$

$$= \frac{\varepsilon[x+(m-1)z(x)+\tau_0]}{\varepsilon[x+mz(x)+\tau_0]}\,G[x+(m\quad 1)z(x)+\tau_0]\left[1-e^{-\int_0^t \varepsilon[x+mz(x)+\tau]\,d\tau}\right]$$

$$0 \leq \tau_0 \leq t \leqq z(x)$$

Man setzt nun

$$(30)\qquad \frac{\varepsilon[x+(m-1)z(x)+\tau_0]}{\varepsilon[x+mz(x)+\tau_0]} = 1+\alpha_{m-1}(\tau_0),\quad |\alpha_{m-1}(\tau_0)|_{\max} = \alpha_{m-1}$$

α_{m-1} ist offenbar eine im Vergleich zu 1 kleine Zahl. Bleibt die Erkrankungsintensität in dem Zeitintervall $x+(m-1)z(x)\ldots x+(m+1)z(x)$ konstant, so ist $\alpha_{m-1}=0$. α_{m-1} stellt also ein Maß für die durch den jahreszeitlichen Einfluß bedingte Änderung der Erkrankungsintensität dar. Es folgt:

$$(31)\qquad G[x+mz(x)+t]-G[x+mz(x)] = \left[1-e^{-\int_0^t \varepsilon[x+mz(x)+\tau]\,d\tau}\right] \times \\ \times \{[1+\alpha_{m-1}(\tau_0)]\,G[x+(m-1)z(x)+\tau_0]-G[x+mz(x)]\}$$

Nimmt man die absoluten Beträge von (31), so entsteht

$$(32)\qquad |G[x+mz(x)+t]-G[x+mz(x)]| \leq \left[1-e^{-\int_0^t \varepsilon[x+mz(x)+\tau]\,d\tau}\right] \times \\ \times \{|G[x+mz(x)]-G[x+(m-1)z(x)+\tau_0]|+ \\ +|\alpha_{m-1}\,G[x+(m-1)z(x)+\tau_0]|\}$$

Man setzt nun zur Abkürzung

$$(33)\qquad |G[x+mz(x)+t]-G[x+mz(x)]|_{\max} = \beta_m \qquad 0\leq t\leq z(x)$$

und

$$(34)\qquad \left[1-e^{-\int_0^t \varepsilon[x+mz(x)+\tau]\,d\tau}\right]_{\max} = \gamma_m \qquad 0\leq t\leq z(x)$$

Dann erhält man

$$(35)\qquad |G[x+mz(x)]-G[x+(m-1)z(x)+\tau_0]| \\ \leq |G[x+mz(x)]-G[x+(m-1)z(x)]|+ \\ +|G[x+(m-1)z(x)]-G[x+(m-1)z(x)+\tau_0]| \\ \leq 2\,\beta_{m-1}$$

Aus (32) folgt:

$$\beta_m < 2\,\gamma_m\beta_{m-1}+\gamma_m\alpha_{m-1} \\ < 2\,\gamma_m(2\,\gamma_{m-1}\beta_{m-2}+\gamma_{m-1}\alpha_{m-2})+\gamma_m\alpha_{m-1} \\ = 2^2\gamma_m\gamma_{m-1}\beta_{m-2}+2\,\gamma_m\gamma_{m-1}\alpha_{m-2}+\gamma_m\alpha_{m-1}$$

Nach weiterer Umformung erhält man schließlich

$$(36)\qquad \beta_m < 2^m\gamma_m\gamma_{m-1}\ldots\gamma_1\beta_0+2^{m-1}\gamma_m\gamma_{m-1}\ldots\gamma_1\alpha_0+ \\ +2^{m-2}\gamma_m\gamma_{m-1}\ldots\gamma_2\alpha_1+\ldots+2^1\gamma_m\gamma_{m-1}\alpha_{m-2}+2^0\gamma_m\alpha_{m-1}$$

Da die γ echte Brüche von der Größenordnung $^1/_{30}$ sind, tritt der Einfluß des Anfangswertes $G(x)$, der in β_0 enthalten ist, es gilt ja

$$\beta_0 = |\, G(x) - G(x+t)\,|_{\max} = 1 - e^{-\int_0^{z(x)} \varepsilon(x+\tau)\, d\tau} = \gamma_0 \tag{37}$$

mit wachsendem m immer mehr zurück. Für $m \to \infty$ tritt der Beharrungszustand ein. Die Entfernung der Grenzen, zwischen denen $G(x+t)$ im Zeitintervall $m\,z(x) \ldots (m+1)\,z(x)$ liegt, $2\,\beta_m$, ist dann nicht mehr von der Anfangsbedingung, sondern nur noch von der Erkrankungsintensität $\varepsilon(x+t)$ abhängig, und zwar um so stärker, je näher die Werte von $\varepsilon(x+t)$ dem betreffenden Zeitintervall liegen — ein Ergebnis, das man auch erwarten durfte. Setzt man in (36) alle $\gamma = {}^1/_{30}$, so erkennt man, daß der Einfluß, den die einzelnen in den früheren Zeitintervallen angenommenen Werte der Erkrankungsintensität auf die Höhe von $2\,\beta_m$ ausüben, abnimmt wie die Glieder der geometrischen Reihe mit $q = {}^1/_{15}$ (Quotient zweier aufeinanderfolgender Glieder der geometrischen Reihe). $G(x+t)$ strebt also gegen eine nur von der Erkrankungsintensität abhängigen Funktion, die die Ordnung der Gesunden heißen soll.

Die Konvergenz von $G(x+t)$ nach der Ordnung der Gesunden ist sehr gut. Schon im Zeitintervall $z(x) \ldots . 2\,z(x)$ ist innerhalb der Genauigkeitsgrenzen, die zur Durchführung der Rechnung angemessen erscheinen, kaum ein Einfluß des Anfangswertes zu verspüren. Setzt man, um die durch die Veränderlichkeit der Erkrankungsintensität bedingte Schwankung der Gesundenordnung innerhalb des Zeitintervalls $0 \ldots . z(x)$ auszuschalten, $\varepsilon(x+t)$ in dem fraglichen Intervall gleich dem Mittelwert ε, so bestimmt sich die Entfernung zweier Schranken, zwischen denen $G(x+t)$ in $z(x) \ldots . 2\,z(x)$ infolge des Einflusses des Anfangswertes liegt, wie folgt:

$$\begin{aligned} G[x+z(x)+t] &= e^{-\int_0^t \varepsilon\, d\tau} \left\{ \int_0^t \varepsilon\, G(x+\tau)\, e^{\int_0^\tau \varepsilon\, d\sigma}\, d\tau + G[x+z(x)] \right\} \\ &= e^{-\varepsilon t} \left\{ \int_0^t \varepsilon\, e^{-\varepsilon\tau}\, e^{\varepsilon\tau}\, d\tau + e^{-\varepsilon z(x)} \right\} \\ &= e^{-\varepsilon t} \left\{ \varepsilon t + e^{-\varepsilon z(x)} \right\} \end{aligned} \tag{38}$$

Die Extremwerte von $G[x+z(x)+t]$ stellt man aus (39) fest:

$$\frac{d\,G[x+z(x)+t]}{dt} = \varepsilon\, e^{-\varepsilon t} \{1 - \varepsilon t \quad e^{-\varepsilon z(x)}\} = 0 \tag{39}$$

Es besteht folglich nur eine Nullstelle in $z(x) \ldots . 2\,z(x)$, nämlich bei

$$t = \frac{1 - e^{-\varepsilon z(x)}}{\varepsilon} \tag{40}$$

Das Maximum von $G[x+z(x)+t]$, der Extremwert von $G[x+z(x)+t]$ ist offenbar ein solches, in $z(x) \ldots . 2\,z(x)$ beträgt demnach:

$$(41) \qquad G\left(x+z(x)+\frac{1-e^{-\varepsilon z(x)}}{\varepsilon}\right) = e^{e^{-\varepsilon z(x)}-1} < e^{-\varepsilon z(x)+\frac{1}{2}\varepsilon^2 z^2(x)}$$

Das absolute Minimum von $G[x+z(x)+t]$ in $z(x) \ldots . 2\,z(x)$ liegt, da

$$(42) \quad G[x+2z(x)]-G[x+z(x)] = e^{-\varepsilon z(x)}\left\{\varepsilon z(x)+e^{-\varepsilon z(x)}-1\right\}$$

$$= e^{-\varepsilon z(x)}\left\{\frac{1}{2!}\varepsilon^2 z^2(x)-\frac{1}{3!}\varepsilon^3 z^3(x)+\ldots .\right\} > 0,$$

bei $t=0$.

$$(43)\; G\left[x+z(x)+\frac{1-e^{-\varepsilon z(x)}}{\varepsilon}\right]-G[x+z(x)] < e^{-\varepsilon z(x)+\frac{1}{2}\varepsilon^2 z^2(x)}-e^{-\varepsilon z(x)}$$

$$= e^{-\varepsilon z(x)}\left\{\frac{1}{2}\varepsilon^2 z^2(x)+\frac{1}{8}\varepsilon^4 z^4(x)+\ldots .\right\} < 0{,}001$$

Für die meisten Alter ist jedoch die Differenz wesentlich geringer, so daß man für $t \geqq z(x)$ den Einfluß des Anfangswertes vernachlässigen darf. Man setzt also $G(x+t)$ gleich der Gesundenordnung $G^0(x+t)$.

$$(44) \qquad G(x+t) = G^0(x+t) = 1-K^0(x+t) \qquad t \geqq z(x)$$

Für $0 \leqq t \leqq z(x)$ gilt:

$$(45) \qquad G(x+t) = e^{-\int_0^t \varepsilon(x+\tau)\,d\tau}$$

$$G[x+z(x)] = e^{-\int_0^{z(x)} \varepsilon(x+\tau)\,d\tau} = G^0[x+z(x)]$$

Setzt man $\varepsilon(x+\tau)$ konstant, da auch $G^0(x+t)$ intervallweise konstant ist, so bestimmt sich die Konstante ε nach

$$(46) \qquad \varepsilon = -\frac{\log G^0[x+z(x)]}{z(x)},$$

so daß

$$(47) \quad G(x+t) = e^{[\log G^0(x+z(x))]\frac{t}{z(x)}}$$

$$= [G^0(x+z(x))]^{\frac{t}{z(x)}} = [1-K^0(x+z(x))]^{\frac{t}{z(x)}} \qquad 0 \leqq t \leqq z(x)$$

Damit sind alle Werte von $G(x+t)$ auf die Krankenordnung $K^0(x+t)$ zurückgeführt.

Die so ermittelte Funktion $G(x+t)$ weist wie die Gesundenordnung $G^0(x+t)$ an den Grenzen der Intervalle Sprungstellen auf. Um $G(x+t)$ zu einer stetigen Funktion umzugestalten, bedarf es noch einer Aus-

gleichung. Bei Durchführung einer praktischen Rechnung ist der damit verbundene Aufwand an Arbeit dadurch zu vermeiden, daß man die Erkrankungsintensität $\varepsilon(x+t)$ konstant setzt. Diese Maßnahme ist bei der zumeist sehr kurzen Herstellungsdauer durchaus berechtigt. An die Stelle von (19) tritt dann (19a). Der Grenzwert von (19a) ist, wie die Reihenentwicklung der Exponentialfunktionen zeigt, gleich der Summe der geometrischen Reihe:

$$1-\varepsilon z(x)+\varepsilon z^2(x)-\varepsilon z^3(x)+-\ldots. = \frac{1}{1+\varepsilon z(x)} \tag{48}$$

e) Voraussichtliche Herstellungsdauer.

Die voraussichtliche Herstellungsdauer T ist sowohl verschieden von der Versicherungsdauer als auch von der im Drehbuch vorgesehenen Herstellungszeit T_0. Die vorgesehene Herstellungszeit kann durch eintretende Krankheitsfälle eine Verlängerung erfahren, und die Versicherungsdauer kann überhaupt willkürlich festgesetzt werden. Die durch Eintritt von Krankheitsfällen verursachte wahrscheinliche Verlängerung bestimmt man, indem man je nach dem in Betracht kommenden Fall in (23), (25) oder (27) an die Stelle von T T_0 schreibt, die Zinsintensität $\delta(\tau)=0$ setzt und $F_{\lambda_1\lambda_2\ldots\lambda_\nu}(t)$, bzw. $F_\nu(t)$, bzw. $F(t)$ als Gewichtsfunktion für den Grad der durch die Krankheitsfälle bewirkten Einstellung der Arbeit ansieht, mit der Bedingung

$$0 \leqq F_{\lambda_1\lambda_2\ldots\lambda_\nu}(t), \qquad F_\nu(t), \qquad F(t) \leqq 1 \tag{49}$$

Ist $J(t)$ der so erklärte Integrand von (23), (25) oder (27), so beträgt der wahrscheinliche Zeitverlust von 0 bis T_0:

$$V_1 = \int_0^{T_0} J(t)\,dt \tag{50}$$

Während der Zeit von T_0 bis T_0+V_1 muß infolge eintretender Krankheitsfälle wieder mit einer wahrscheinlichen Verlängerung gerechnet werden. Diese ist

$$V_2 = \int_{T_0}^{T_0+V_1} J(t)\,dt \quad \text{usw.}$$

$$V_3 = \int_{T_0+V_1}^{T_0+V_1+V_2} J(t)\,dt$$

$$\vdots$$

$$V_h = \int_{T_0+V_1+\ldots.+V_{h-2}}^{T_0+V_1+\ldots.+V_{h-1}} J(t)\,dt$$

Die Reihe

$$T_0+V_1+V_2+V_3+\ldots.$$

konvergiert sehr gut, da für alle t bei weitem $J(t)<\frac{1}{2}$ ist. Folglich:

$$V_1=\int_0^{T_0} J(t)\,dt<\frac{1}{2}\,T_0 \tag{51}$$

$$V_2=\int_{T_0}^{T_0+V_1} J(t)\,dt<\frac{1}{2}\,V_1<\left(\frac{1}{2}\right)^2 T_0$$

$$V_3=\int_{T_0+V_1}^{T_0+V_1+V_2} J(t)\,dt<\frac{1}{2}\,V_2<\left(\frac{1}{2}\right)^3 T_0$$

$$\vdots$$

$$V_h=\int_{T_0+V_1+\ldots+V_{h-2}}^{T_0+V_1+\ldots+V_{h-1}} J(t)\,dt<\frac{1}{2}\,V_{h-1}<\left(\frac{1}{2}\right)^h T_0$$

$$T_0+V_1+V_2+V_3+\ldots.<T_0\left(1+\frac{1}{2^1}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\ldots.\right)=2\,T_0 \tag{52}$$

Der Grenzwert der Reihe sei T. T ist die voraussichtliche Gesamtherstellungsdauer und somit als obere Grenze der die Nettoprämien darstellenden Integrale einzusetzen.

f) Selbstbeteiligung.

Die Selbstbeteiligung der versicherten Firma beträgt nach den Allgemeinen Versicherungsbedingungen je Schaden 0,025 der Versicherungssumme, mindestens jedoch RM. 5000.— und höchstens RM. 10 000.—. Bei wiederholten Schadensfällen ist die Gesamtselbstbeteiligung auf RM. 15 000.— festgesetzt. Von Beginn der Versicherung bis zu einem gewissen Zeitpunkt t^* wird also von jedem Schaden ein gleichbleibender Betrag C abgezogen. Von t^* bis T wird dann die volle Entschädigung gewährt.

$$5000 \leqq C \leqq 10\,000$$

Um von jedem Schaden C abzuziehen, muß die Höhe des Einzelschadens bekannt sein. (23) gibt jedoch nur die Höhe des Gesamtschadens an. Nennt man die durchschnittliche Höhe des Einzelschadens, der durch Erkrankung des $(x_\nu+t)$-Jährigen verursacht wird, $S_\nu(t)$, so geht (23) in (53) über.

$$P_2=\int_0^T e^{-\int_0^t\left[\delta(\tau)+\sum_{\nu=1}^{n}\mu(x_\nu+\tau)\right]d\tau}\left\{\sum_{\nu=1}^{n}\varepsilon(x_\nu+t)\,G(x_\nu+t)\,S_\nu(t)\right\}dt \tag{53}$$

Die Gesamtnettoprämie mit Selbstbeteiligung beträgt folglich:

$$(54)\quad P_s = \int_0^{t^*} e^{-\int_0^t \left[\delta(\tau)+\sum_{\nu=1}^{p}\mu(x_\nu+\tau)\right]d\tau} \left\{\sum_{\nu=1}^{p}\mu(x_\nu+t)\,[E_\nu(t)-C] + \sum_{\nu=p+1}^{n}\mu(x_\nu+t)\,e^{-\int_0^t \mu(x_\nu+\tau)\,d\tau}\,[E_\nu(t)-C]\right\} dt$$

$$+\int_{t^*}^{T} e^{-\int_0^t \left[\delta(\tau)+\sum_{\nu=1}^{p}\mu(x_\nu+\tau)\right]d\tau} \left\{\sum_{\nu=1}^{p}\mu(x_\nu+t)\,E_\nu(t) + \sum_{\nu=p+1}^{n}\mu(x_\nu+t)\,e^{-\int_0^t \mu(x_\nu+\tau)\,d\tau}\,E_\nu(t)\right\} dt$$

$$+\int_0^{t^*} e^{-\int_0^t \left[\delta(\tau)+\sum_{\nu=1}^{n}\mu(x_\nu+\tau)\right]d\tau} \sum_{\nu=1}^{n}\varepsilon(x_\nu+t)\,G(x_\nu+t)\,[S_\nu(t) - C]\,dt$$

$$+\int_{t^*}^{T} e^{-\int_0^t \left[\delta(\tau)+\sum_{\nu=1}^{n}\mu(x_\nu+\tau)\right]d\tau} \sum_{\nu=1}^{n}\varepsilon(x_\nu+t)\,G(x_\nu+t)\,S_\nu(t)\,dt$$

Infolge der geringen Höhe von C wird praktisch immer

$$(55)\qquad E_\nu(t)-C>0, \qquad S_\nu(t)-C>0 \qquad 0\leqq t\leqq T$$

sein, so daß als untere Grenze der in Betracht kommenden Integrale tatsächlich 0 zu setzen ist.

Durch eine einfache Umformung geht (54) über in

$$(56)\quad P_s = \int_0^{T} e^{-\int_0^t \left[\delta(\tau)+\sum_{\nu=1}^{p}\mu(x_\nu+\tau)\right]d\tau} \left\{\sum_{\nu=1}^{p}\mu(x_\nu+t)\,E_\nu(t) + \sum_{\nu=p+1}^{n}\mu(x_\nu+t)\,e^{-\int_0^t \mu(x_\nu+\tau)\,d\tau}\,E_\nu(t)\right\} dt$$

$$+\int_0^{T} e^{-\int_0^t \left[\delta(\tau)+\sum_{\nu=1}^{n}\mu(x_\nu+\tau)\right]d\tau} \left\{\sum_{\nu=1}^{n}\varepsilon(x_\nu+t)\;G(x_\nu+t)\;S_\nu(t)\right\} dt$$

$$-C\int_0^{t^*} \left[e^{-\int_0^t \left[\delta(\tau)+\sum_{\nu=1}^{p}\mu(x_\nu+\tau)\right]d\tau} \left\{\sum_{\nu=1}^{p}\mu(x_\nu+t) + \sum_{\nu=p+1}^{n}\mu(x_\nu+t)\,e^{-\int_0^t \mu(x_\nu+\tau)\,d\tau}\right\} + e^{-\int_0^t \left[\delta(\tau)+\sum_{\nu=1}^{n}\mu(x_\nu+\tau)\right]d\tau} \times \sum_{\nu=1}^{n}\varepsilon(x_\nu+t)\;G(x_\nu+t)\right] dt = P - C\int_0^{t^*}[\ldots]\,dt$$

Nennt man die Gesamtselbstbeteiligung D, wobei $D = 15000$ ist, so ist die endgültige Gesamtnettoprämie mit Selbstbeteiligung:

$$(57) \qquad P_s = P - D \qquad \text{für} \quad C\int_0^T [\ldots]\,dt \geqq D$$

$$(58) \qquad P_s = P - C\int_0^T [\ldots]\,dt \quad \text{für} \quad C\int_0^T [\ldots]\,dt < D$$

Im allgemeinen wird (58) zutreffen.

4. Rechnungsgrundlagen.

a) Übersicht.

An Rechnungsgrundlagen sind zu unterscheiden:

Die biometrischen Funktionen:

Die Ausscheideintensität aus dem Aktivitätszustand.

Die Krankenordnung.

Die durchschnittliche Krankheitsdauer.

Die Kostenfunktionen:

Die durch Ausscheiden aus dem Aktivitätszustande verursachten Schadenkosten.

Die durch Erkrankung verursachten Schadenkosten.

Die Zinsintensität ist wegen der Kürze der Herstellungsdauer, die selten drei Monate übersteigt, meist aber nur rund einen Monat währt, zu vernachlässigen.

Als Einheit der Zeit ist der Tag gewählt.

b) Die biometrischen Funktionen.

Der Berechnung der biometrischen Funktionen liegen statistische Ergebnisse des Jahres 1934 zugrunde.

Die sich auf das Todesfall- und Invaliditätsrisiko beziehenden zahlenmäßigen Werte sind den neuen Grundlagen der Reichsversicherungsanstalt für Angestellte entlehnt. Wegen der geringen Zahl der Todesfälle aktiver weiblicher Versicherter, die zur Kenntnis der Reichsversicherungsanstalt für Angestellte gelangen, enthält die Statistik nur die Ausscheidewahrscheinlichkeiten durch Aktiventod männlicher Versicherter. Es ist daher die Ausscheidewahrscheinlichkeit

durch Aktiventod weiblicher Versicherter der männlicher Versicherter gleichgesetzt worden. Da die Sterblichkeitssätze der beiden Geschlechter für die gesamte Bevölkerung bei den in Betracht kommenden Altern (bis zu 65 Jahren) nur unerheblich voneinander abweichen, darf man das Gleiche für die Sterblichkeitssätze Aktiver erwarten. Für die meisten Alter liegt nun die Sterblichkeit der weiblichen Gesamtbevölkerung ein wenig unterhalb der der männlichen. Die Gleichsetzung der Sterbewahrscheinlichkeiten der Aktiven beider Geschlechter erfolgt also vermutlich nicht zuungunsten des Versicherers. Durch die kurz vor Beginn der Herstellung stattfindende ärztliche Untersuchung, die die zu stark belasteten Risiken auszuschalten vermag, erreichen die tatsächlichen Ausscheidesätze durch Tod und Invalidisierung nicht die in der Tafel verzeichneten Werte. Man hätte eigentlich eine Selektionstafel, ähnlich wie in der Lebensversicherung, zu verwenden. Folglich hat man, da eine derartige Tafel nicht zur Verfügung steht, mit einem dem Sterblichkeitsgewinn der Lebensversicherung entsprechenden „Ausscheidegewinn" zu rechnen. Die absolute Höhe dieses Gewinnes darf allerdings wegen des geringen auf das Todesfall- und Invalidisierungsrisiko entfallenden Anteils an der Gesamtprämie nicht überschätzt werden.

Die auf das Krankheitsrisiko sich beziehenden statistischen Werte liefern die für jedes Jahr vom Statistischen Reichsamt herausgegebenen Veröffentlichungen über die Krankenversicherung. Als Grundlage sind die Ergebnisse des Jahres 1934 gewählt worden.

Die amtliche Statistik berücksichtigt das Alter nicht nach Einzeljahren, sondern nach Jahrfünfen. Für die so zusammengefaßten Altersgruppen sind, nach Geschlechtern unterschieden, die Erkrankungswahrscheinlichkeit, die durchschnittliche Krankheitsdauer jedes Krankheitsfalles, die Anzahl der durchschnittlich auf eine Person im Jahre entfallenden Krankheitstage sowie die entsprechenden Meßziffern aufgeführt. Die Meßziffer einer Altersgruppe ist die auf den Gesamtdurchschnitt bezogene Verhältniszahl, wenn dieser gleich 100 gesetzt wird. Ferner ist für jeden Monat die auf 100 versicherte Personen entfallende Anzahl der Kranken unter alleiniger Berücksichtigung des Geschlechtes, nicht auch des Alters, angegeben. Diese Zahlen decken also den jahreszeitlichen Einfluß auf den Gesundheitszustand des gesamten Versichertenbestandes auf. Multipliziert man diese Krankenziffer mit der Meßziffer, die der Anzahl der durchschnittlich auf eine Person einer bestimmten Altersgruppe entfallenden Krankheitstage im Jahre entspricht, so erhält man für jeden Monat die mit 10000 multiplizierte Krankheitswahrscheinlichkeit jeder Altersgruppe. Soll die Krankheitswahrscheinlichkeit für einen bestimmten Zeitpunkt und für ein bestimmtes Alter genauer festgestellt werden, so muß noch zwischen den tafelmäßigen Werten nach zwei Richtungen interpoliert

werden. Die Werte der Krankenordnung sind auf drei Stellen angegeben. Nach erfolgter Interpolation läßt man noch die letzte Ziffer weg. Eine größere Genauigkeit läßt sich wegen der sich mit der Zeit stark verändernden Wahrscheinlichkeiten nicht rechtfertigen. Die auf viele Stellen berechneten Werte gewisser biometrischer Funktionen wie z. B. der Invalidisierungswahrscheinlichkeit, die manche Tafel enthält, täuschen eine wegen der starken Abhängigkeit von der Zeit und der Beeinflussung von den verschiedenartigsten Fehlerquellen nicht bestehende Genauigkeit vor. Durch die Verwendung einer gewöhnlichen statt einer Selektions-Krankentafel entsteht ähnlich dem „Ausscheidegewinn“ ein „Erkrankungsgewinn“.

Aktivenausscheidewahrscheinlichkeiten je Tag ($\approx$ Aktivenausscheideintensität).

Alter x	Männer $\mu(x)\cdot 10^6$	Frauen $\mu(x)\cdot 10^6$	Alter x	Männer $\mu(x)\cdot 10^6$	Frauen $\mu(x)\cdot 10^6$
15—16	3,59	4,30	40—41	19,85	26,59
16—17	4,22	5,04	41—42	21,44	29,32
17—18	4,74	5,70	42—43	23,08	32,97
18—19	5,20	6,22	43—44	24,72	37,32
19—20	5,56	6,57	44—45	26,59	42,19
20—21	5,72	6,74	45—46	28,97	47,56
21—22	5,75	6,79	46—47	32,09	53,31
22—23	5,78	6,87	47—48	35,59	58,26
23—24	5,86	7,04	48—49	39,29	63,60
24—25	6,00	7,31	49—50	43,62	68,78
25—26	6,19	7,78	50—51	48,90	76,55
26—27	6,60	8,49	51—52	55,58	86,46
27—28	7,09	9,39	52—53	63,16	100,95
28—29	7,67	10,46	53—54	71,90	121,07
29—30	8,32	11,66	54—55	83,43	143,55
30—31	9,04	12,90	55—56	97,31	169,53
31—32	9,83	14,16	56—57	114,50	198,91
32—33	10,68	15,36	57—58	134,10	229,38
33—34	11,61	16,59	58—59	156,80	279,41
34—35	12,62	17,88	59—60	198,06	377,15
35—36	13,66	19,25	60—61	287,70	462,00
36—37	14,81	20,70	61—62	284,83	409,68
37—38	15,96	22,04	62—63	315,14	342,27
38—39	17,14	23,25	63—64	315,03	478,65
39—40	18,43	24,67			

Krankenordnung und durchschnittliche Krankheitsdauer.

Männer.

Monat ...	$K^0(x)\cdot 10^2$ 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	$z(x)$
Alter x													
—19	1,86	1,65	1,52	1,38	1,38	1,45	1,45	1,52	1,52	1,58	1,65	1,93	16,1
20—24	2,57	2,29	2,10	1,91	1,91	2,00	2,00	2,10	2,10	2,19	2,29	2,67	18,9
25—29	2,52	2,24	2,06	1,87	1,87	1,96	1,96	2,06	2,06	2,15	2,24	2,62	21,2
30—34	2,51	2,23	2,05	1,86	1,86	1,95	1,95	2,05	2,05	2,14	2,23	2,60	24,3
35—39	2,68	2,38	2,18	1,98	1,98	2,08	2,08	2,18	2,18	2,28	2,38	2,78	27,7
40—44	2,76	2,46	2,25	2,05	2,05	2,15	2,15	2,25	2,25	2,35	2,46	2,86	30,2
45—49	2,88	2,56	2,34	2,13	2,13	2,24	2,24	2,34	2,34	2,45	2,56	2,98	32,1
50—54	3,39	3,01	2,76	2,51	2,51	2,64	2,64	2,76	2,76	2,89	3,01	3,52	35,7
55—59	3,53	3,14	2,88	2,62	2,62	2,75	2,75	2,88	2,88	3,01	3,14	3,66	39,2
60—64	3,94	3,50	3,21	2,92	2,92	3,06	3,06	3,21	3,21	3,36	3,50	4,09	46,5

Frauen.

Monat ...	$K^0(x)\cdot 10^2$ 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	$z(x)$
Alter x													
—19	1,89	1,82	1,63	1,50	1,43	1,50	1,50	1,56	1,43	1,50	1,56	1,63	18,8
20—24	2,91	2,81	2,51	2,31	2,21	2,31	2,31	2,41	2,21	2,31	2,41	2,51	22,8
25—29	3,13	3,03	2,70	2,49	2,38	2,49	2,49	2,59	2,38	2,49	2,59	2,70	25,4
30—34	3,16	3,05	2,73	2,51	2,40	2,51	2,51	2,62	2,40	2,51	2,62	2,73	27,3
35—39	3,10	3,00	2,68	2,46	2,35	2,46	2,46	2,57	2,35	2,46	2,57	2,68	29,1
40—44	3,00	2,89	2,58	2,38	2,27	2,38	2,38	2,48	2,27	2,38	2,48	2,58	30,4
45—49	3,26	3,14	2,81	2,58	2,47	2,58	2,58	2,70	2,47	2,58	2,70	2,81	33,8
50—54	3,49	3,37	3,01	2,77	2,65	2,77	2,77	2,89	2,65	2,77	2,89	3,01	36,5
55—59	3,47	3,35	2,99	2,75	2,63	2,75	2,75	2,87	2,63	2,75	2,87	2,99	39,8
60—64	3,60	3,48	3,11	2,86	2,73	2,86	2,86	2,98	2,73	2,86	2,98	3,11	45,4

c) Die Kostenfunktionen.

Die Ermittlung der Kostenfunktionen $E(t)$ und $F(t)$ kann nicht Aufgabe des Mathematikers sein. Einigermaßen zutreffende Angaben wird allein der schadenregelnde Sachverständige machen können. Selbst Gutachten verschiedener Sachverständiger über denselben Versicherungsfall dürften oftmals wesentliche Unterschiede aufweisen. Zur

richtigen Bemessung der Prämie müßte vor Beginn der Herstellung der Sachverständige für jeden Tag die durch Eintritt jedes möglichen Versicherungsfalles entstehende Schadenhöhe einschätzen. Wegen der Umständlichkeit dieses Verfahrens nähert man $E(t)$ und $F(t)$ durch Funktionen einfacher Gestalt an.

Eine obere Schranke für $E(t)$ ist leicht anzugeben, die Funktion der Herstellungskosten $H(t)$. Setzt man $H(t)$ als lineare Funktion an, so ist $H(t)$ durch $H(0)$ und $H(T)$ bestimmt. $H(0)$ sind die Aufwendungen, die die versicherte Firma vor Aufnahme der Herstellung bereits geleistet sowie zur Lösung der eingegangenen Verpflichtungen bei Nichtbeginn der Herstellung noch zu leisten hat. Unter Berücksichtigung von vertraglich und nicht vertraglich festgelegten Leistungen der versicherten Firma ist $H(0)$ aus den einzelnen Posten des dem Versicherungsantrage beigefügten Kostenanschlages zu ermitteln. $H(T)$, die gesamten Herstellungskosten, ist sofort dem Kostenanschlage zu entnehmen. $E(t)$ wird zunächst unter $H(t)$ liegen, denn es wird bisweilen die Weiterführung der Erzeugung durch Beschaffung einer geeigneten Ersatzperson für den ausgefallenen Versicherten möglich sein. In diesem Falle entsteht der versicherten Firma zwar durch Mehraufwendung von Gage oder durch etwaige Wertminderung des Films ein Schaden. Dieser Schaden wird jedoch in der Regel $H(t)$ nicht erreichen. Im weiteren Verlauf der Herstellung wird die Verringerung eines vorgefallenen Schadens durch Einstellung einer Ersatzperson außer für den Regisseur nicht mehr gelingen. Infolgedessen nähert sich $E(t)$ mit wachsendem t $H(t)$. Gegen Ende der Herstellung wird $E(t)$ wiederum beträchtlich kleiner als $H(t)$ ausfallen. Es mag nämlich oftmals glücken, vielleicht mit einem gewissen Wertverlust, den Film durch Verkürzung oder Hinzufügung einiger ursprünglich nicht vorgesehener Szenen ohne den ausgefallenen Darsteller noch spielfähig zu gestalten.

Die hier auftretenden Schwierigkeiten sind nun nicht zu überschätzen. Durch die verhältnismäßig einfache Bestimmung von $H(t)$ ist die obere Begrenzung des vom Versicherer zu tragenden Risikos gegeben. Da Anhaltspunkte über den tatsächlichen Verlauf von $E(t)$ nicht vorliegen, in der bisherigen kurzen Geschichte der Filmausfallversicherung in Deutschland ist der vollständige Ausfall einer versicherten Person noch nicht verzeichnet worden, ist die ohnehin sich von $H(t)$ nicht so wesentlich unterscheidende Funktion $E(t)$ gleich $H(t)$ zu setzen. Diese Maßnahme kann man um so bedenkenloser vornehmen, als das Todesfall- und Invaliditätsrisiko kaum ins Gewicht fällt (vgl. Beispiel).

Die Hauptbeachtung verdient daher die Feststellung von $F(t)$, das ist im wesentlichen die Feststellung der Kosten eines Krankheitstages. Nach den bisherigen Erfahrungen betragen diese durchschnittlich RM. 6000.—. Jedoch kommen beträchtliche Abweichungen vor. Offen-

bar besteht ein Zusammenhang mit der Versicherungssumme, der Anzahl der versicherten Personen und der Länge der Herstellungsdauer. Stände das vorhandene statistische Material zur Verfügung, so wäre es vermutlich leicht, den Zusammenhang aufzudecken. Eine wesentliche Abweichung von einer Konstanten in bezug auf die laufende Zeit dürfte jedoch wohl auch die genauere Ableitung von $F(t)$ schwerlich bringen. Vorerst muß man sich mit dem groben Durchschnittswert

$$F(t) = \text{constans} = \text{RM. } 6000.—$$

begnügen.

5. Der Tarif.

Eine Kritik des geltenden Tarifes kann sich nicht auf die Höhe der festgesetzten Prämiensätze beziehen. Eine solche Kritik wäre nur dann berechtigt, wenn die Höhe der Unkosten des Versicherers (Provisionen, Verwaltungskosten, Schadenregulierungskosten usw.) entgegen dem vorhandenen Wissen bekannt wäre. Wohl aber erscheint ein Vergleich der einzelnen Prämiensätze untereinander angebracht.

Wenn man schon von der individuellen Berechnung der Nettoprämie nach dem in der Arbeit angegebenen Verfahren absieht und die Prämienermittlung auf Grund eines mehr mechanischen Systems vornimmt, so muß doch ein nach diesem Gesichtspunkt aufgestellter Tarif den tatsächlichen Risikoverhältnissen einigermaßen Rechnung tragen. Der jetzt gebräuchliche Tarif weist in dieser Beziehung jedoch erhebliche Mängel auf. Zur Begründung dieser Behauptung muß kurz auf die bestehende Prämientabelle eingegangen werden. Ein Auszug zeigt folgendes Bild:

Anzahl der Personen	1	4	8	12
Produktionsdauer in Wochen 1:	1,00 %	1,90 %	3,20 %	4,50 %
4:	1,00 %	2,55 %	4,25 %	5,90 %
8:	1,50 %	4,65 %	7,80 %	10,90 %
12:	2,00 %	6,00 %	10,00 %	13,80 %

Übersteigt der Prämiensatz 4,50 %, so werden Sonderraten vereinbart. Dennoch dürfte die vorstehende Tabelle die Grundlage bilden. Andernfalls wäre nämlich ihre Aufstellung zu einem guten Teil überflüssig.

Die angegebenen Raten verstehen sich für Aufnahmen zwischen 1. April und 30. September. Ab 1. Oktober bis 31. März erhöhen sich die Prämiensätze um 20 %.

Die Prämiensätze steigen demnach weitaus schwächer als proportional mit der Anzahl der zu versichernden Personen und mit der

Länge der Herstellungsdauer an. Diese Richtung des Tarifes entspricht sicher nicht den tatsächlichen Risikoverhältnissen.

Bei zwei Personen gleicher Beschaffenheit, d. h. gleichen Alters, gleichen Geschlechtes und gleichen Gesundheitszustandes, ist nahezu mit der doppelten Anzahl von Krankheitstagen als bei einer dieser Personen zu rechnen. Da die Krankheitstage beider Personen auf den gleichen Tag fallen können, ist die Anzahl der ausgefallenen Tage ein wenig geringer als die Summe der Krankheitstage beider Personen. Die Wahrscheinlichkeit des Krankseins einer Person an einem bestimmten Tage beträgt nun ungefähr $^1/_{40}$, die des Krankseins beider Personen infolgedessen $(^1/_{40})^2$. Durch die Aneinanderkettung der Krankheitstage darf man sich nicht beirren lassen. Man betrachte zwei Gruppen mit je 40 Personen, die fortlaufend mit den Nummern 1 bis 40 versehen sind. Die Wahrscheinlichkeit $^1/_{40}$ besagt nun, daß von jeder Gruppe durchschnittlich ein Angehöriger krank ist. Die Wahrscheinlichkeit, daß die beiden Kranken die gleiche Nummer tragen, ist $^1/_{40}$. Gewiß hängt diese Wahrscheinlichkeit davon ab, ob am vorhergehenden Tage zwei Personen gleicher oder ungleicher Nummer krank gewesen sind. Im ersteren Falle ist sie größer, im letzteren kleiner als der angegebene Wert. Weil jedoch unter den 1600 möglichen Zusammenstellungen sich 40 mit gleicher Nummer befinden, beläuft sich der Durchschnitt jener Wahrscheinlichkeiten tatsächlich auf $^1/_{40}$. Dem Zusammenfallen der Krankheitstage ist also eine nur untergeordnete Bedeutung beizumessen. Das Gleiche gilt in bezug auf mehr als zwei Personen. Die Anzahl der Ausfalltage ist demnach der Anzahl der versicherten Personen nahezu proportional.

Nicht so einfach liegt der Sachverhalt hinsichtlich der auf einen Ausfalltag entfallenden Schadenhöhe. Bei Mitwirkung einer größeren Anzahl versicherter Personen an einem Film mag durch Änderung der vorgesehenen Reihenfolge der zu verfilmenden Szenen die Möglichkeit der Verringerung eines etwaigen Schadens eine größere sein als bei Mitwirkung einer kleineren Zahl versicherter Personen. Der Einfluß dieser Schadenminderung dürfte allerdings schwerlich ein derart schwaches Ansteigen der Prämiensätze rechtfertigen. Eine genauere Aussage könnte jedoch erst nach Klärung des Zusammenhanges der Kostenfunktion $F(t)$ mit der Anzahl der versicherten Personen gegeben werden.

Bei wachsender Herstellungsdauer wird die Zahl der Krankheitstage mindestens in demselben Maße zunehmen. Einmal strebt das Verhältnis der Anzahl der Gesunden zu der der Kranken, die aus dem Kreis der anfänglich ausschließlich gesunden versicherten Personen hervorgehen, mit ablaufender Zeit, wie nachgewiesen wurde, gegen das ungünstigere Verhältnis der Gesunden zu den Kranken im Beharrungszustande. Andererseits nimmt die günstige Wirkung der zu Beginn

der Versicherungsdauer stattgefundenen ärztlichen Untersuchung allmählich ab. Demgegenüber ist eine größere Möglichkeit zur Schadenminderung bei einer längeren Herstellungsdauer als bei einer kürzeren nicht ersichtlich.

Bei sinngemäßer Übertragung der gemachten Ausführungen auf das im Vergleich zum Krankheitsrisiko unwesentliche Todesfall- und Invaliditätsrisiko ergeben sich ähnliche Folgerungen.

Da der überwiegende Teil der Unkosten- und Sicherheitszuschläge der Nettoprämie proportional sein dürfte, erfährt von dieser Seite der dargelegte Sachverhalt keine Beeinträchtigung.

Die Erhöhung der Prämiensätze um 20 % im Winterhalbjahr, die in sehr angenäherter Form die stärkere Krankheitsgefahr berücksichtigt, erfolgt an und für sich zu Recht.

Bei Zusammenfassung der Ergebnisse ist zu bemerken: Die Prämiensätze des heute angewendeten Tarifierungssystems müssen in demselben Verhältnis wie die Länge der Herstellungsdauer und in einem ein wenig schwächeren Verhältnis als die Anzahl der zu versichernden Personen steigen, wenn dem vom Versicherer einzugehenden Risiko einigermaßen entsprochen werden soll. Eine völlig gerechte Prämienbestimmung kann allerdings nur durch Betrachtung des individuellen Risikos nach dem in der vorliegenden Arbeit gewiesenen Verfahren durchgeführt werden.

6. Beispiel.

Das folgende Beispiel ist, um das Grundsätzliche hervortreten zu lassen, einfach gehalten. Die angegebenen zahlenmäßigen Größen bewegen sich im Rahmen des Üblichen.

Aus dem Antrag sind ersichtlich

die Versicherungssumme: RM. 400 000.—,

die vorgesehene Herstellungsdauer: 34 Tage, vom 15. August bis 17. September,

die versicherten Personen: Herr A, 41 Jahre, Regisseur,
Herr B, 29 Jahre, Darsteller,
Herr C, 32 Jahre, Darsteller,
Frl. D, 27 Jahre, Darstellerin.

Die Summe der bis zu einem gewissen Zeitpunkt bereits aufgewendeten Kosten sowie der noch aufzuwendenden Kosten, wenn die Herstellung zu diesem Zeitpunkt abgebrochen wird, soll linear von der verflossenen Herstellungsdauer abhängen. Die Kostengerade ist durch die Kostenhöhe zu Beginn der Versicherung und durch die

Kostenhöhe am Ende der voraussichtlichen Herstellungsdauer festgelegt. Die erstere Größe ist der Betrag, durch dessen Aufwendung sich die versicherte Firma, ohne die Arbeit aufgenommen zu haben, von ihren Verpflichtungen lösen kann. Mit Hilfe der im Antrag mitgeteilten Angaben sowie des beigefügten Kostenvoranschlages wird dieser Betrag auf RM. 150000.— geschätzt. Die letztere Größe ist einfach die Versicherungssumme. Die Gleichung der Kostengeraden lautet demnach:

$$y = \frac{1}{T} 250000\, t + 150000$$

Die Kostengerade ist eine obere Schranke für den durch Ausscheiden einer versicherten Person aus dem Aktivitätszustande entstandenen Schaden.

Die Höhe des durch Ausscheiden der Darsteller bedingten Schadens soll gleich den entsprechenden Werten der Kostengeraden sein, während der durch Ausscheiden des Regisseurs hervorgerufene Schaden mit RM. 100000.— veranschlagt ist.

Jeder Krankheitstag einer versicherten Person soll gleichbleibend einen Schaden von RM. 6000.— zur Folge haben. Ferner soll jeder Krankheitstag einer jeden versicherten Person die Herstellungseinstellung für diesen Tag zeitigen.

Es ist folglich:

$$E_A(t) = 100000$$

$$E_B(t) = E_C(t) = E_D(t) = E(t) = \frac{1}{T} 250000\, t + 150000$$

$$F_{\lambda_1 \lambda_2 \ldots \lambda_\nu}(t) = F(t) = 6000. \qquad \nu = 1, 2, 3, 4$$

Die Erkrankungsintensität und die Ausscheideintensität aus dem Aktivitätszustande sollen wegen der Kürze der Herstellungsdauer als konstant angenommen werden. Also:

$$\varepsilon(x_\nu + t) = \varepsilon_\nu, \qquad \mu(x_\nu + t) = \mu_\nu$$

μ_ν liest man sofort aus der Tafel ab.

ε_ν bestimmt man, indem man aus der Tafel durch lineare Interpolation in zwei Richtungen den auf die Mitte der Herstellungsdauer bezogenen Wert der Krankenordnung, also $K^0(x_\nu + 17)$, entnimmt und dann mit Hilfe von (47) oder (48) ε_ν feststellt. Beide Bestimmungsarten liefern dasselbe Ergebnis.

Ordnet man die Personen nach ihrer durchschnittlichen Krankheitsdauer $z(x_\nu) = z_\nu$ und trägt die jeder einzelnen Person entsprechenden Werte ein, so entsteht das folgende Schema:

Namen	ν	x_ν	z_ν	$K^0(x_\nu+17)$	$G^0(x_\nu+z_\nu)$	ε_ν	μ_ν
Herr B	1	29	22,4	0,0206	0,9794	0.000939	0,00000832
Herr C	2	32	24.3	0,0205	0,9795	0,000861	0,00001068
Frl. D	3	27	25,4	0,0248	0,9752	0,001001	0,00000939
Herr A	4	41	29,7	0,0224	0,9776	0,000772	0,00002144

Zunächst wird die voraussichtliche Herstellungsdauer T nach (27), (50) und (52) festgestellt. Da nach (45)

$$G(x_\nu+t) = e^{-\varepsilon_\nu t} \qquad \text{für} \qquad 0 \leqq t \leqq z_\nu$$

$$G(x_\nu+t) = G^0(x_\nu+z_\nu) \qquad \text{für} \qquad t \geqq z_\nu$$

muß zur Berechnung von $\prod_{\nu=1}^{4} G(x_\nu+t)$ das Intervall 0 . . . . 34 in Teilintervalle zerlegt werden, deren Grenzen durch die $z_\nu = z_\lambda$ bestimmt werden. λ läuft von 0 bis n. Für z_0 ist 0 und für z_{n+1} $T_0 = 34$ zu setzen.

$$V_1 = \int_0^{T_0} e^{-\sum_{\nu=1}^{n}\mu_\nu t}\left\{1-\prod_{\nu=1}^{n} G(x_\nu+t)\right\} dt$$

$$= \sum_{\lambda=0}^{n} \int_{z_\lambda}^{z_{\lambda+1}} e^{-\sum_{\nu=1}^{n}\mu_\nu t}\left\{1-\prod_{\nu=1}^{n} G(x_\nu+t)\right\} dt$$

$$= \sum_{\lambda=0}^{n} \int_{z_\lambda}^{z_{\lambda+1}} e^{-ct}\left\{1-a_\lambda e^{-b_\lambda t}\right\} dt$$

$$a_\lambda = \prod_{\nu=1}^{\lambda} G^0(x_\nu+z_\nu), \qquad b_\lambda = \sum_{\nu=\lambda+1}^{n}\varepsilon_\nu, \qquad c = \sum_{\nu=1}^{n}\mu_\nu$$

$$= \int_0^{T_0} e^{-ct}dt - \sum_{\lambda=0}^{n}\int_{z_\lambda}^{z_{\lambda+1}} a_\lambda e^{-(b_\lambda+c)t}\,dt$$

$$= \frac{1}{c}\left(1-e^{-cT_0}\right) + \sum_{\lambda=0}^{n}\frac{a_\lambda}{b_\lambda+c}\left[e^{-(b_\lambda+c)z_{\lambda+1}} - e^{-(b_\lambda+c)z_\lambda}\right]$$

λ	$z_\lambda - z_{\lambda+1}$	a_λ	b_λ	$\frac{a_\lambda}{b_\lambda + c}$	$[\dots]$	$\frac{a_\lambda}{b_\lambda + c}[\dots]$
0	0,0 — 22,4	1,0000	0,003573	$2{,}760 \cdot 10^2$	$-77{,}95 \cdot 10^{-3}$	− 21,514
1	22,4 — 24,3	0,9794	0,002634	$3{,}649 \cdot 10^2$	$-4{,}79 \cdot 10^{-3}$	− 1,748
2	24,3 — 25,4	0,9593	0,001773	$5{,}262 \cdot 10^2$	$-1{,}92 \cdot 10^{-3}$	− 1,010
3	25,4 — 29,7	0,9355	0,000772	$1{,}138 \cdot 10^3$	$-3{,}46 \cdot 10^{-3}$	− 3,938
4	29,7 — 34,0	0,9146	0,000000	$1{,}837 \cdot 10^4$	$-2{,}14 \cdot 10^{-4}$	− 3,930
						−32,140

$$\frac{1}{c}\left(1 - e^{-c\,T_0}\right) = \frac{1}{4{,}983 \cdot 10^{-5}}\,(1 - 0{,}998307) = 33{,}976$$

1,836

$$V_1 = 1{,}836$$

$$V_2 = \int_{T_0}^{T_0+V_1} e^{-ct}\left(1 - a_4 e^{-b_4 t}\right) dt = (1 - a_4) \int_{T_0}^{T_0+V_1} e^{-ct}\, dt$$

$$= \frac{1 - a_4}{c}\left(e^{-c\,T_0} - e^{-c\,(T_0+V_1)}\right) \approx (1 - a_4)\, V_1 = 0{,}0854 \cdot 1{,}836 = 0{,}157$$

$$V_3 \approx (1 - a_4)\, V_2 = 0{,}0854 \cdot 0{,}157 = 0{,}013$$

$$V_4 \approx (1 - a_4)\, V_3 = 0{,}0854 \cdot 0{,}013 = 0{,}001$$

$$T = T_0 + V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = 36{,}007$$

Man hat also während der Herstellung durchschnittlich mit 2,007 Krankheitstagen zu rechnen. Damit ist auch P_2 gefunden:

$$P_2 = (T - T_0)\, F(t) = 6000 \cdot 2{,}007 = 12042.$$

Die Berechnung von $P_1 = P_{11} + P_{12}$ erfolgt nach (9).

$$P_{11} = \int_0^T \sum_{\nu=1}^{3} \mu_\nu\, e^{-\sum_{\nu=1}^{3} \mu_\nu t}\, E(t)\, dt$$

$$= \int_0^{36{,}007} 0{,}00002839 \cdot e^{-0{,}00002839\, t}\left(\frac{1}{36{,}007} \cdot 250\,000\, t + 150\,000\right) dt$$

Die Auswertung des Integrals ergibt $P_{11} = 281$.

$$P_{12} = \int_0^T \mu_4\, e^{-\sum_{\nu=1}^{4} \mu_\nu t}\, E_4(t)\, dt$$

$$= \int_0^{36{,}007} 0{,}00002144 \cdot e^{-0{,}00004983\, t} \cdot 100\,000\, dt$$

Die Ausrechnung ergibt $P_{12} = 77$.

$$P_1 = P_{11} + P_{12} = 281 + 77 = 358$$

Es beträgt also

$P_1 \ldots\ldots = \text{RM. } 358.—$
$P_2 \ldots\ldots = \text{RM. } 12042.—$
$P \ldots\ldots = \text{RM. } 12400.—$

Der ungleiche Anteil der beiden Prämienbestandteile an der Gesamtprämie überrascht, ist doch das Verhältnis beider Prämien zueinander wie 34 zu 1. Daraus folgt, daß die Funktionen $E_\nu(t)$, die einmal schwierig, dann nur ungenau zu ermitteln sind, auf die Höhe der Gesamtprämie glücklicherweise einen nur geringen Einfluß auszuüben vermögen. Besondere Sorgfalt erfordert aber die Feststellung der Funktionen $F_{\lambda_1 \lambda_2 \ldots \lambda_\nu}(t)$ bzw. $F_\nu(t)$ bzw. $F(t)$, also im wesentlichen die Feststellung der auf einen Krankheitstag entfallenden Schadenhöhe.

Wie wirkt sich die Selbstbeteiligung auf die Prämienhöhe aus? Nach (58) ist:

$$P_s = P - C\int_0^T \left[e^{-\sum_{\nu=1}^{3}\mu_\nu t}\left(\sum_{\nu=1}^{3}\mu_\nu + \mu_4 e^{-\mu_4 t}\right) + e^{-\sum_{\nu=1}^{4}\mu_\nu t}\sum_{\nu=1}^{4}\varepsilon_\nu G(x_\nu + t)\right] dt$$

$$C = 0{,}025 \cdot 400000 = 10000$$

$$P_s = P_{1s} + P_{2s}$$

$$P_{1s} = P_1 - C\int_0^T e^{-\sum_{\nu=1}^{3}\mu_\nu t}\left(\sum_{\nu=1}^{3}\mu_\nu + \mu_4 e^{-\mu_4 t}\right) dt$$

$$= 358 - 10000\int_0^{36{,}007} e^{-0{,}00002839\,t} \times \left(0{,}00002839 + 0{,}00002144\, e^{-0{,}00002144\,t}\right) dt$$

$$= 358 - 10000 \cdot 0{,}0018 = 340$$

$$P_{2s} = P_2 - C\int_0^T e^{-\sum_{\nu=1}^{4}\mu_\nu t}\sum_{\nu=1}^{4}\varepsilon_\nu G(x_\nu+t)\,dt$$

$$= P_2 - C\sum_{\nu=1}^{4}\int_0^T e^{-\sum_{\nu=1}^{4}\mu_\nu t}\,\varepsilon_\nu G(x_\nu+t)\,dt$$

$$= P_2 - C\sum_{\nu=1}^{4}\varepsilon_\nu\left\{\int_0^{z_\nu} e^{-\sum_{\nu=1}^{4}\mu_\nu t}\,e^{-\varepsilon_\nu t}\,dt + \int_{z_\nu}^{T} e^{-\sum_{\nu=1}^{4}\mu_\nu t}\,G^0(x_\nu+z_\nu)\,dt\right\}$$

ν	$\int_0^{z_\nu} e^{-\left(\varepsilon_\nu+\sum_{\nu=1}^{4}\mu_\nu\right)t}dt$	$\int_{z_\nu}^{T} G^0(x_\nu+z_\nu)\,e^{-\sum_{\nu=1}^{4}\mu_\nu t}\,dt$	$\{\ldots\}$	$\varepsilon_\nu\ \{\ldots\}$
1	22,15	13,31	35,46	0,0333
2	24,03	11,45	35,48	0,0305
3	25,06	10,33	35,39	0,0354
4	29,33	6,16	35,49	0,0274
				0,1266

$$P_{2s} = 12042 - 10000 \cdot 0{,}1266 = 10776$$

Es beträgt also

$P_1 =$ RM. 358.—	$P_{1s} =$ RM. 340.—	$\frac{P_1 - P_{1s}}{P_1}$	$= 0{,}0501$
$P_2 =$ RM. 12042.—	$P_{2s} =$ RM. 10776.—	$\frac{P_2 - P_{2s}}{P_2}$	$= 0{,}1051$
$P =$ RM. 12400.—	$P_s =$ RM. 11116.—	$\frac{P - P_s}{P}$	$= 0{,}1035$

Die Tarifprämie stellt sich auf

$$\text{RM. } 400000.— \cdot 0{,}038 = \text{RM. } 15200.—$$

Bei Beachtung der Unkosten- und Sicherheitszuschläge zur Nettoprämie erscheint in dem behandelten Fall die Tarifprämie nicht als übermäßig reichlich bemessen.

Lebenslauf.

Am 13. Dezember 1912 wurde ich als Sohn des Versicherungsoberinspektors Bernhard Wendt und seiner Ehefrau Hedwig geb. Logsch zu Berlin geboren.

Nach dreijährigem Besuch der Bötzow-Vorschule trat ich Ostern 1922 in die Sexta der Königstädtischen Oberrealschule zu Berlin ein. An dieser Anstalt legte ich zu Ostern 1931 die Reifeprüfung ab. Hiernach ließ ich mich bei der Friedrich-Wilhelms-Universität zu Berlin einschreiben, um mich dem Studium der Mathematik, Geographie und der Versicherungswissenschaft zu widmen.

Auf Anregung des SA.-Hochschulamtes meldete ich mich im Sommer 1934 freiwillig zum Heeresdienst, den ich in der Zeit vom 3. Oktober 1934 bis 12. Oktober 1935 bei der Flakabteilung Lankwitz ableistete. Nach meinem Ausscheiden aus der Wehrmacht nahm ich mein früheres Studium an der hiesigen Universität wieder auf. Ich hörte Vorlesungen bei den Professoren Bernhard, Bieberbach, Dersch, Feigl, Guenther, Hagen, Klose, Kohlschütter, Krebs, Lorenz, Manes, v. Mises, Moldenhauer, Neiß, Pollaczek, Prion, Riebesell, Rieffert, Rohrbeck, Rose, Rühl, E. Schmidt, Schur, Sombart, Spranger, Timpe, Troll, Vahlen, Wichmann und Wolff.

Meinen besonderen Dank möchte ich Herrn Professor Dr. Riebesell für die trefflichen Ratschläge und das warme Interesse, das er meiner Arbeit entgegenbrachte, aussprechen. Dem Korreferenten, Herrn Professor Dr. Klose, gebührt ebenfalls mein Dank.

Eberhard Wendt.